



Echantillonnage

Un **échantillon de taille n** est constitué des résultats de **n** répétitions indépendantes de la même expérience sur l'ensemble des personnes ou objets sur lesquels porte l'étude statistique (la population). Un échantillon issu d'une population est donc l'ensemble de quelques éléments de cette population.

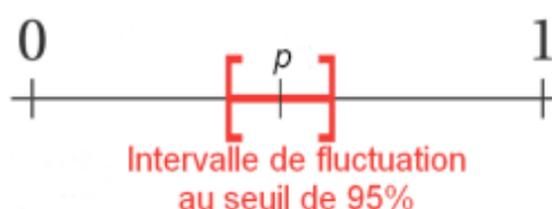
Exemples

On lance une dé à jouer 50 fois de suite et on note les résultats obtenus. L'ensemble de ces 50 lancers constitue un échantillon de taille 50.

On s'intéresse aux intentions de vote lors d'une élection. On sonde 100 personnes en leur demandant leur intention de vote. L'ensemble de ces 100 personnes constitue un échantillon de taille 100 de la population totale des électeurs.

Définition

L'**intervalle de fluctuation** au seuil de 95% d'une fréquence d'un échantillon de taille n est l'intervalle centré autour de la proportion théorique p tel que la fréquence observée f se trouve dans l'intervalle avec une probabilité égale à 0,95.



Propriété

Pour $0,2 < p < 0,8$ et $n > 25$, l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% de f est dans l'intervalle qui se trouve avec la formule suivante :

$$\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

Exercice

Une urne contient des boules de différentes couleurs dont 75% de boules rouges. Gabin tire une boule au hasard, note la couleur et la remet dans l'urne. Il prétend avoir effectué cette expérience 60 fois et avoir obtenu 35 boules rouges. Son frère Paulo affirme qu'il n'a pas fait l'expérience sérieusement. On se propose de vérifier s'il a de bonnes raisons de l'affirmer.

- 1) Déterminer la proportion théorique p et la taille n de l'échantillon.
- 2) Calculer la fréquence observée f .
- 3) Calculer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95% I_f .
- 4) Vérifier si la fréquence observée f appartient à l'intervalle de fluctuation I_f et conclure

Correction :

1. La proportion théorique p est de $35/60 = 0,75$ car il y a 75% de boules rouges et la taille de l'échantillon est 60 car Gabin a tiré 60 fois.

2. la fréquence observée f est le rapport du nombre de tirage et le nombre de résultats : $35/60 = 0,58$

$$3. \quad I_f = \left[0,75 - \frac{1}{\sqrt{60}} ; 0,75 + \frac{1}{\sqrt{60}} \right] = [0,62 ; 0,87]$$

4. La fréquence observée n'appartient pas à l'intervalle de fluctuation I_f . L'expérience n'a pas été faite sérieusement.



Echantillonnage

Définition

Soit p la proportion théorique tel que $0,2 < p < 0,8$ et $n > 25$.
Soit f la fréquence observé pour un échantillon donnée de taille $n > 25$

L'intervalle de confiance appelé I_c est donnée par la formule suivante :

$$I_c = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

Propriété

95 % des intervalles de confiance associés aux échantillons de taille n possibles ayant comme fréquence observée f contiennent la proportion théorique p



Exercice

On effectue un sondage auprès de 800 personnes pour leur demander leur intention de vote aux prochaines élections. 54% d'entre elles déclarent de façon ferme vouloir voter pour le candidat A. Le candidat A peut-il espérer être élu ?

Correction :

la fréquence observée f est le pourcentage d'intention de vote c'est à dire 0.54 (54%)
ce qui donne le résultat suivant :

$$I_c = \left[0.54 - \frac{1}{\sqrt{800}}; 0.54 + \frac{1}{\sqrt{800}} \right] = [0.505.; 0.575]$$

Le candidat A peut donc espérer d'être élu car l'intervalle de confiance est supérieur a 50%.